

# Übungen zur Vorlesung Numerik I

(Blatt 4)

Sommersemester 2004

**Abgabe der Aufgaben bis 18.05.04, 18.00 Uhr  
im Postfach 84 Ebene 6**

## Aufgabe 1:

(4 Punkte)

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 17 & 9 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 9 & 9 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie mit Spaltenpivotsuche die Zerlegung  $PA = LR$ , wobei  $P$  eine Permutationsmatrix,  $L$  linke normierte Dreiecksmatrix und  $R$  rechte Dreiecksmatrix ist. Lösen Sie anschließend mit Vorwärts-Rückwärts-Substitution das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$ .

## Aufgabe 2:

(4 Punkte)

Zu lösen sei das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit der  $(n+1) \times (n+1)$ -Matrix

$$A = \left( \begin{array}{c|c} R & v \\ \hline u^T & 0 \end{array} \right).$$

Dabei sei  $R$  eine reguläre obere  $n \times n$  Dreiecksmatrix,  $u, v \in \mathbb{R}^n$  und  $x, b \in \mathbb{R}^{n+1}$ . Geben Sie eine Dreieckszerlegung  $A = \bar{L}\bar{R}$  an und zeigen Sie  $A$  ist regulär genau dann, wenn  $u^T R^{-1}v \neq 0$  gilt.

## Aufgabe 3:

(4 Punkte)

Gegeben sei die schwach besetzte Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & & & \\ \times & & \times & & \\ \times & & & \times & \\ \times & & & & \times \end{pmatrix}, \times \text{ steht für ein Element } \neq 0.$$

- a) Zeigen Sie: Bei der Gauß-Elimination werden im ersten Hauptschritt (Elimination der ersten Spalte) alle ursprünglichen Nullen zerstört.
- b) Finden Sie Permutationsmatrizen  $P_1$  und  $P_2$  derart, daß bei Anwendung der Gauß-Elimination auf  $P_1AP_2$  alle vorhandenen Nullen erhalten bleiben. Wie groß ist der Aufwand der Gauß Elimination auf  $P_1AP_2$ ?

**Aufgabe 4:**

(4 Punkte)

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 10^{-4} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- a) Man berechne die exakte Lösung.
- b) Man berechne mit 3-stelliger Gleitpunktarithmetik (Mantisse der Länge 3) die Lösung durch Gauß-Elimination
  - i) ohne Pivotsuche
  - ii) mit Spaltenpivotsuche

Geben Sie jeweils die numerisch berechnete Dreieckszerlegung an.